分类号 ________________ 密级 公开

UDC ________________ 编号 ________________

中国科学院研究生院
博士学位论文

动力学阿尔文波的非线性波–波相互作用及其在日地空间等离子体中的应用

赵金松

指导教师 吴德金 研究员 紫金山天文台

吕建永 研究员 国家气象局

申请学位级别 博士 学科专业名称 天体物理

论文提交日期 2011年5月 论文答辩日期 2011年5月

培养单位 中国科学院紫金山天文台

学位授予单位 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 ________________

Typeset by $\LaTeX\,2_\varepsilon$ at May 12, 2011

With package `CASthesis` v0.2 of CTeX.ORG

The Nonlinear Wave-Wave Interaction of the Kinetic Alfvén Wave and Its Application in the Solar-Terrestrial Space Plasmas

Jin-song Zhao

Supervisor:

Prof. De-jin Wu and Jian-yong Lu.

Purple Mountain Observatory
Chinese Academy of Sciences

May, 2011

Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Ph.D. in Operations Research

摘要

动力学阿尔文波是垂直波长接近离子回旋半径或电子惯性长度时的色散阿尔文波, 在等离子体粒子加热、加速或反常输运等现象中能起重要作用, 已被广泛应用于日冕非均匀加热、极光电子加速等观测现象. 因此, 在各类天体和空间等离子体环境中动力学阿尔文波的激发机制也一直是吸引了广泛兴趣和倍受关注的研究课题. 在上世纪90年代, P.Goldreich和S.Sridhar等人针对普遍存在于宇宙等离子体中的阿尔文波湍动现象提出了星际介质中阿尔文波湍动级联过程的理论模型, 现在一般称为GS模型. 它最令人瞩目的结论之一是预言大尺度阿尔文波湍动向小尺度的级联过程具有显著的各向异性特征, 即级联过程朝向垂直波长远小于平行波长的小尺度波发展. 这样的各向异性小尺度波具有和动力学阿尔文波类似的典型特征. 换言之, GS理论预言MHD阿尔文波湍动向小尺度的级联过程可能为动力学阿尔文波的产生提供了一个重要的物理机制. 基于这一思想, 本学位论文系统、深入地研究了不同等离子体环境下动力学阿尔文波的非线性波–波耦合相互作用过程, 特别是对不同环境下波–波耦合导致的动力学阿尔文波非线性生长率进行了细致的分析, 为进一步发展从大尺度MHD波向小尺度动力学阿尔文波的湍动级联理论建立了良好的基础.

论文的第一章简要介绍了动力学阿尔文波的基本特性及其非线性波–波相互作用的激发机制.

第二章主要研究了在不同等离子体 β 参数条件下，动力学阿尔文波间的局域非线性波–波耦合过程. Y.Voitenko等人详细研究了动力学区 (即 $Q \ll \beta \ll 1$) 一个动力学阿尔文泵波衰变为两个动力学阿尔文波的三波耦合过程, 其中 β 是等离子体热压与磁压的比、$Q \equiv m_e/m_i$ 是电子-离子质量比. 我们进一步将这一研究延伸、推广到更一般的等离子体 β 参数区, 包括 $\beta < Q$ 的惯性区和 $\beta \sim 1$、甚至 > 1 的高 β 等离子体情形. 结果显示: (1) 在 $\beta \ll Q$ 的惯性参数区, 泵波衰变为两个反向传播的动力学阿尔文波的反向衰变率显著高于衰变为两个同向传播的动力学阿尔文波的同向衰变率; (2) 在衰变过程的波长变化上, 泵波向短波长波的衰变率也明显高于向长波长波的衰变率, 意味着衰变过程主要向更小尺度方向发展; (3) 在 $Q \ll \beta \ll 1$ 的动力学区和 $\beta \sim 1$、甚至 > 1 的高 β 区，衰变率随 β 的增大而减小, 但随离子-电子温度比 T_i/T_e 的增大

而增大.

动力学阿尔文波在极光等离子体动力学、特别是极光高能电子加速中起重要作用. 在这一章中, 我们也进一步讨论了这一衰变过程在地球极区等离子体中的应用, 基于极区大气经验模型的分析结果显示动力学阿尔文波三波耦合的衰变率随极区高度的分布在约2倍地球半径的极光电子加速区达到最大值, 这和观测预期的结果是一致的.

论文第三章主要研究了动力学阿尔文波和大尺度MHD阿尔文波的非局域波–波耦合过程. 结果表明不同等离子体参数区的耦合方式存在明显差别：在 $\beta < Q$ 的惯性区, 衰变过程主要是“一个大尺度MHD阿尔文波衰变为两个小尺度动力学阿尔文波”, 而在 $\beta > Q$ 的动力学区主要是“一个大尺度MHD阿尔文波和一个小尺度动力学阿尔文波耦合成另一个小尺度动力学阿尔文波”. 这两种方式的共同特征是都能有效地将波能从大尺度区直接传输到小尺度区. 进一步应用这一非线性耦合机制到太阳冕洞的情形, 基于冕洞大气经验模型的分析显示它们可以为冕洞少量重离子反常能化现象和冕羽加热现象提供自恰的物理解释, 在延伸冕洞微观物理过程的理解中可能起重要作用.

这一章我们还分析了动力学阿尔文波与大尺度对流元之间的非线性耦合过程, 结果显示在 $\beta \ll Q$ 的惯性区和 $Q \ll \beta \ll 1$ 的动力学区, 动力学阿尔文波通过调制不稳定性分别能有效地激发静电和静磁对流元.

在第四章中, 我们进一步讨论了动力学阿尔文波与高频哨声波和哨声波之间的波–波耦合. 结果表明：(1) 哨声波可以通过“一个哨声波衰变为一个动力学阿尔文波和另一个哨声波”的参量不稳定性有效激发动力学阿尔文波, 所激发的动力学阿尔文波传播方向可与泵波方向相同, 也可与泵波方向相反, 而且这两种情形下的增长率近似相等; (2) 在哨声波之间的波–波耦合过程主要是作为泵波的长波长的哨声波衰变为短波长哨声波，其中反向传播的衰变过程占主导地位. 这类反向衰变过程可以为行星际空间中朝向太阳传播的哨声波提供有效的激发机制.

论文最后的第五章简要总结了本论文的主要研究结果, 并给出了一些我们对相关领域进一步深入研究的发展方向的几点展望.

关键词: 动力学阿尔文波; 波–波相互作用; 参量不稳定性; 调制不稳定性.

abstract

Kinetic Alfvén waves (KAWs) are dispersive Alfvén waves with perpendicular wavelengths comparable to the ion gyroradius or the electron inertial length. The KAWs can play an important role in plasma heating, particle acceleration and anomalous particle transport, and have been extensively applied to various active phenomena of plasma, such as the nonuniform coronal heating and the Earth's auroral electron acceleration. Therefore, the production mechanism for the KAWs in various astrophysical and space plasmas has been an interesting subject with extensive attentions. In 1990s, P. Goldreich and S. Sridhar put forward an Alfvén wave turbulence cascade model in the interstellar medium, which now is called the GS model. The GS model has attracted considerable interests because the Alfvén wave turbulence generally exists in universe plasmas, and one of its most important results is the prediction of the anisotropic cascade when the Alfvén wave turbulence cascade from large-scale waves to small-scale waves, via., as the wavenumber increases the turbulent waves become more and more anisotropic. In result, the perpendicular wavenumber of the small-scale waves becomes much larger than their parallel wavenumber. This anisotropic characteristic is very similar to that of KAWs. In other words, the anisotropic cascade in the GS model may provide an important excitation mechanism for the KAWs. Based on the idea above, in this thesis we study in depth nonlinear wave-wave interaction processes of the KAWs in various plasma environments and focus on the nonlinear growth rates of the KAWs caused by these wave-wave coupling processes. The results presented here can be a starting point to develop more comprehensive theories of turbulent cascade from large-scale Alfvén waves to small-scale KAWs.

The first chapter concisely introduces the basic characters as well as nonlinear wave-wave interaction and excitation mechanisms for the KAWs.

The second chapter studies the local wave-wave coupling among three KAWs in different plasma beta conditions. Y. Voitenko discussed a three-wave coupling

process of KAWs in the kinetic region (i.e. $Q \ll \beta \ll 1$), where $Q = m_e/m_i$ is the electron-ion mass ratio and β the kinetic-magnetic pressure ratio of the plasma. We extend this study for general plasma beta parameters, including the inertial region with $\beta < Q$ and high-β region with $\beta \sim 1$, even $\beta > 1$. Our results show that: (1) In the inertial region, the reverse decay, where the pump wave decays into two reversely propagating KAWs, is stronger than the parallel decay, where the pump wave decays into two KAWs propagating at the same direction; (2) In the aspect of the wavelength change, the decay rate of the pump wave into the shorter-wavelength daughter waves is higher than that into the longer-wavelength daughter waves, implying that the decay process develops mainly towards to exciting small-scale waves; (3) In the kinetic region ($Q \ll \beta \ll 1$) and the high-β region, the nonlinear growth rate decreases with β, but increases with the ion-electron temperature ratio T_i/T_e.

KAWs play an important role in the auroral plasma dynamics, especially in the auroral energetic electron acceleration. In this chapter, also we further discuss the nonlinear decay of KAWs in the Earth' auroral plasma. Based on an empirical model of the auroral plasma, we give the distribution of the nonlinear growth rate of KAWs with the altitude in the polar magnetosphere and ionosphere, and show that the nonlinear growth rate reaches its maximum at altitudes of $r \sim 2R_E$, where R_E is the Earth's radius, as expected by observations.

The third chapter studies the non-local coupling between small-scale KAWs and large-scale Alfvén waves (AWs). The results show that in the inertial region of $\beta < Q$, the decay occurs in the way of "AW $\rightarrow$ KAW1 + KAW2", but in the kinetic region of $\beta > Q$, the coupling occurs in the way of "AW + KAW1 $\rightarrow$ KAW2". These two processes both can directly transfer the wave energy from the large-scale AWs to the small-scale KAWs. To apply the non-local coupling process to the case of solar coronal holes, the result shows that the KAWs can be more effectively excited in the interplume region and more heavy dissipated in the plume. In particular, this mechanism can give a self-consistent explanation for the plume heating and the anomalous energization of minor heavy ions in the extended coronal holes, and may help us to understand the micro-physical process in the coronal holes.

The coupling between KAWs and large-scale convective cells is also discussed in this chapter. The results show that the modulation instability of KAWs can excite the electrostatic convective cell in the inertial region of $\beta < Q$ and the magnetostatic convective cell in the kinetic region of $Q < \beta < 1$.

In the fourth chapter, we discuss the coupling between KAWs and whistler waves (WWs) and the three-wave coupling among WWs. The results show that: (1) The decay process of "WW $\rightarrow$ WW + KAW" can effectively excite KAWs, and the excited KAW can propagation parallel or antiparallel to the pump WW. Moreover, these two processes have an approximately equal growth rate; (2) The three-wave coupling process of WWs occurs in the way that the long-wavelength pump wave decays into the short-wavelength waves and is dominated by the reverse decay. In the interplanetary space, the reverse decay mechanism can be responsible for the production of WWs propagating towards the Sun.

Finally the fifth chapter briefly summarizes the major results of this thesis and gives some prospects for our future work.

Keywords: solar and space plasmas; kinetic Alfvén wave; wave-wave interaction; nonlinear growth.

目　录

表　　格

插　图

本文符合

μ_0	真空磁导率
ε_0	真空介电常数
c	真空光速
V_A	阿尔文波速度
β	等离子体热压强和磁压强之比
β_i	等离子体离子热压强和磁压强之比
β_e	等离子体电子热压强和磁压强之比
m_i	离子质量
m_e	电子质量
T_i	离子温度
T_e	电子温度
e	正电子电荷
B_0	背景磁场强度
n_0	背景数密度
E	扰动电场强度
B	扰动磁场强度
ϕ/φ	标势
A_z/A	矢势
ω_{ci}	离子回旋频率
ω_{ce}	电子回旋频率
ω_{pi}	离子等离子体频率
ω_{pe}	电子等离子体频率
ρ_i	离子回旋半径
ρ_s	离子声回旋半径
ρ	等效离子回旋半径
λ_e	电子惯性长度

$*$ 除文中特殊说明外, 一般采用以上符号描述物理量

第一章　动力学阿尔文波及其非线性波–波相互作用

1942年, 阿尔文首先预测了磁流体中存在一种扰动模式–剪切阿尔文波 [1], 并得到实验的验证 [2, 3]. 在理想磁流体中, 流体和磁力线冻结在一起, 当流体元受到垂直磁场方向扰动而偏离平衡位置时, 流体和磁力线一起运动, 而后弯曲的磁力线产生磁张力, 产生的磁张力提供了垂直磁力线方向的恢复力, 使得流体和磁力线一起振荡, 从而引发剪切阿尔文波的传播. 传播的阿尔文波是横波, 其扰动量的方向垂直于背景磁场. 剪切阿尔文波具有无色散及无密度和压强扰动的特性, 因此, 它可以长距离地输运能量.

理想磁流体模型中的剪切阿尔文波不存在平行于背景磁场方向的电场扰动, 但是考虑有限离子回旋半径的修正效应后, Stefant [4] 发现波具有色散性质, 且出现了平行方向的电场扰动. Chen 和 Hasegawa 详细地讨论了小尺度剪切阿尔文波 ($\sim$ 离子回旋半径尺度) 的激发机制, 及其对等离子体加热和加速的作用 [5–10], 他们将这种小尺度波命名为动力学阿尔文波 (kinetic Alfvén wave). Goertz and Boswell [11] 讨论了特征波长为电子惯性长度的动力学阿尔文波的特性. 在动力学尺度, 离子和电子在空间上发生分离, 这种电荷分离使阿尔文波和一个静电纵波相耦合, 产生动力学阿尔文波. 动力学阿尔文波是可压缩模式, 存在密度扰动.

磁流体模型不能处理动力学阿尔文波问题, 这时需借助于多流体或动力论模型 [12]. 相对于动力论模型, 多流体模型更易于数学上的处理, 且更能直观地展现物理过程, 所以本文主要采用多流体模型. 但是, 要强调的是, 多流体模型不能处理与波–粒相互作用相关的问题 (如朗道阻尼等), 这时候必须要用到等离子体动力论了.

本章主要介绍动力学阿尔文波的一般理论及其在日地空间等离子体中的观测结果. 第 1.1 节讨论动力学阿尔文波的线性理论及其在粒子加热和加速中的作用. 第 1.2 节主要介绍日地空间等离子体中的动力学阿尔文波的观测结果. 第 1.3 节介绍一般的非线性波–波相互作用理论及动力学阿尔文波的非线性激发机制. 第 1.4 节简略给出我们工作的内容及意义.

1.1 动力学阿尔文波的性质

1.1.1 动力学阿尔文波的线性性质

对不同的等离子体 β 区域 (β 为等离子体热压强和磁压强之比), 动力学阿尔文波的特性是不一样的. 本节将讨论两种 β 区域的动力学阿尔文波的线性性质, 低 β 等离子体 ($\beta \ll 1$) 和高 β 等离子体 ($\beta \geq 1$).

1.1.1.1 低 β 等离子体

在均匀的背景密度场 n_0 和磁场 $\mathbf{B}_0 = B_0\hat{\mathbf{z}}$ 的等离子体中, 流体的动量方程和连续性方程, 及麦克斯韦方程可写为,

$$\partial_t \mathbf{v}_j = \frac{q_j}{m_j}(\mathbf{E} + \mathbf{v}_j \times \mathbf{B}_0) - \frac{1}{m_j n_0}\nabla P_j, \tag{1.1}$$

$$\partial_t n_j + n_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_j = 0, \tag{1.2}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2}\partial_t \mathbf{E}, \tag{1.3}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B}. \tag{1.4}$$

其中 μ_0 表示真空磁导率, c 表示光速, $\mathbf{v}_j$ 表示速度扰动量, q_j 表示电荷, n_j 表示数密度扰动量, m_j 表示质量, P_j 表示热压强, $\mathbf{J}$ 表示电流密度, $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{B}$ 分别表示电场和磁场扰动量, $j = (i, e)$ 表示离子和电子.

对非相对论的等离子体 (阿尔文速度远小于光速), (1.3) 式中位移电流项可被忽略. 此外, 在低 β 等离子体中, 平行于背景磁场方向的磁场扰动量很小, 一般可将其忽略. 因此, 我们可用标势 φ 和矢势 $A_z\hat{\mathbf{z}}$ 来描述动力学阿尔文波的电磁扰动量 [13],

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t A_z \hat{\mathbf{z}}, \mathbf{B} = \nabla \times A_z \hat{\mathbf{z}}. \tag{1.5}$$

从上面电场表达式可知, 波既不是静电波 (仅是 φ 的函数), 也不是电磁波(仅是 A_z 的函数). 利用安培定律 (1.3) 式，电流可用 A_z 表示为，

$$\mu_0 J_z = -\nabla_\perp^2 A_z, \mu_0 \mathbf{J}_\perp = \nabla_\perp \partial_z A_z. \tag{1.6}$$

我们将扰动量写为平面波形式, $A = A_k e^{-i\omega t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, 其中 ω 表示波的频率, $\mathbf{k}$ 表示波的波矢, A 表示速度, 密度或电磁扰动. 利用低频条件 ($\omega \ll \omega_{ci}$) 和等温

假设 $(T_i = C, T_e = C)$, 其中 $\omega_{ci} = eB_0/m_i$ 为离子回旋频率, 离子速度垂直分量可表示为,

$$\mathbf{v}_{i\perp} = -\frac{1}{B_0} i\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}\varphi_k - \frac{1}{B_0\omega_{ci}}\omega\mathbf{k}_\perp\varphi_k - \frac{v_{Ti}^2}{\omega_{ci}} i\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}\frac{n_k}{n_0} - \rho_i^2\omega\mathbf{k}_\perp\frac{n_k}{n_0}, \qquad (1.7)$$

其中 $v_{Ti} = \sqrt{T_i/m_i}$ 表示离子热速度, $\rho_i = v_{Ti}/\omega_{ci}$ 为离子回旋半径. 电子速度垂直和平行分量分别为,

$$\mathbf{v}_{e\perp} = -\frac{1}{B_0} i\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}\varphi_k + \frac{1}{B_0\omega_{ce}}\omega\mathbf{k}_\perp\varphi_k + \frac{v_{Te}^2}{\omega_{ce}} i\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}\frac{n_k}{n_0} - \frac{v_{Te}^2}{\omega_{ce}^2}\omega\mathbf{k}_\perp\frac{n_k}{n_0}, \qquad (1.8)$$

$$v_{ez} = i\frac{e}{m_e}\left(A_{zk}k - \frac{k_z}{\omega}\varphi_k\right) + v_{Te}^2\frac{k_z}{\omega}\frac{n_k}{n_0}. \qquad (1.9)$$

其中 $\omega_{ce} = eB_0/m_e$ 为电子回旋频率, $v_{Te} = \sqrt{T_e/m_e}$ 为电子热速度. 需指出的是, 推导 (1.7) – (1.9) 时, 我们利用了准中性条件 $n_i = n_e \equiv n$. 由于离子速度平行分量是相应电子速度的 m_e/m_i 倍, 只需考虑电子速度的平行分量.

利用离子的连续性方程, 数密度可表示为,

$$(1 + \rho_i^2 k_\perp^2)n_k = -\frac{n_0 e}{m_i\omega_{ci}^2}k_\perp^2\varphi_k. \qquad (1.10)$$

结合方程 (1.7) – (1.10), 电流密度 $\mathbf{J} = n_0 e(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)$ 可写为,

$$\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{J}_\perp \simeq -\frac{n_0 e^2}{m_i\omega_{ci}^2}\frac{1}{1+\rho_i^2 k_\perp^2}\omega k_\perp^2\varphi_k, \qquad (1.11)$$

$$\omega J_z \simeq \frac{n_0 e^2}{m_e}\frac{1+\rho^2 k_{2\perp}^2}{1+\rho_i^2 k_{2\perp}^2}k_z\varphi_k - \frac{n_0 e^2}{m_e}\omega A_{zk}. \qquad (1.12)$$

联立式子 (1.6), (1.11) 和 (1.12), 我们可得 φ_k 和 A_{zk} 间的两个关系式,

$$\omega\varphi_k - V_A^2(1+\rho_i^2 k_\perp^2)k_z A_{zk} = 0, \qquad (1.13)$$

和

$$(1+\rho^2 k_\perp^2)k_z\varphi_k - (1+\rho_i^2 k_\perp^2)(1+\lambda_e^2 k_\perp^2)\omega A_{zk} = 0. \qquad (1.14)$$

其中 V_A 表示阿尔文速度, ρ 表示等效离子回旋半径, λ_e 表示电子惯性长度. 由 (1.13) 式得 $A_{zk} = \omega\varphi_k/V_A^2(1+\rho_i^2 k_\perp^2)k_z$, 将之代入 (1.14) 式中, 可得动力学阿尔文波的色散关系 [14, 40],

$$\omega^2 = V_A^2 k_z^2\frac{1+\rho^2 k_\perp^2}{1+\lambda_e^2 k_\perp^2}. \qquad (1.15)$$

利用此色散关系和 (1.5), (1.7) − (1.10) 式, 我们可得扰动量与标势 φ_k 间的线性关系,

$$\mathbf{v}_{i\perp} =-i\frac{1}{B_0}\frac{1}{1+\rho_i^2k_\perp^2}\mathbf{k}_\perp\times\hat{\mathbf{z}}\varphi_k-\frac{1}{B_0\omega_{ci}}\frac{\omega}{1+\rho_i^2k_\perp^2}\mathbf{k}_\perp\varphi_k, \tag{1.16}$$

$$\mathbf{v}_{e\perp} =-i\frac{1}{B_0}\frac{1+\rho^2k_\perp^2}{1+\rho_i^2k_\perp^2}\mathbf{k}_\perp\times\hat{\mathbf{z}}\varphi_k+\frac{1}{B_0\omega_{ce}}\frac{1+\rho^2k_{2\perp}^2}{1+\rho_i^2k_{2\perp}^2}\omega\mathbf{k}_\perp\varphi_k, \tag{1.17}$$

$$v_{ez} =-\frac{1}{B_0\omega_{ci}}\frac{k_\perp^2}{1+\rho_ik_\perp^2}\frac{\omega}{k_z}\varphi_k, \tag{1.18}$$

$$\mathbf{B}_\perp =i\frac{1}{1+\rho_i^2k_\perp^2}\frac{\omega}{V_A^2k_z}\mathbf{k}_\perp\times\mathbf{z}\varphi_k, \tag{1.19}$$

$$n_k =-\frac{n_0}{B_0\omega_{ci}}\frac{k_\perp^2}{1+\rho_i^2k_\perp^2}\varphi_k, \tag{1.20}$$

$$E_z =i\frac{\omega^2-V_A^2(1+\rho_i^2k_\perp^2)k_z^2}{V_A^2(1+\rho_i^2k_\perp^2)k_z}\varphi_k, \tag{1.21}$$

$$\mathbf{E}_\perp =-i\mathbf{k}_\perp\varphi_k. \tag{1.22}$$

其中速度表达式 (1.16) 和 (1.17) 的右式第一项来自电场漂移和抗磁漂移速度, 第二项来自极化漂移和压强梯度修正的极化漂移速度. 利用 (1.19), (1.21) 和 (1.22) 式, 我们可写出 $E_z/E_\perp$ 和 $E_\perp/B_\perp$ 的表达式 [40],

$$\frac{E_z}{E_\perp} =-\frac{k_z}{k_\perp}\frac{(1+\rho^2k_\perp^2)-(1+\rho_i^2k_\perp^2)(1+\lambda_e^2k_\perp^2)}{(1+\lambda_e^2k_\perp^2)(1+\rho_i^2k_\perp^2)}, \tag{1.23}$$

$$\left|\frac{E_\perp}{B_\perp}\right| =V_A\sqrt{\frac{1+\lambda_e^2k_\perp^2}{1+\rho^2k_\perp^2}}(1+\rho_i^2k_\perp^2). \tag{1.24}$$

动力学阿尔文波的性质在两个低 β 区域, 动力学区 $m_e/m_i\ll\beta\ll 1$ 和惯性区 $\beta\ll m_e/m_i$, 是不同的, 因此下面分别讨论这两个区域中波的性质.

动力学区

在动力学区, 阿尔文波速度远小于电子热速度, 电子惯性效应不重要, 电子平行动量方程中的电场项与压强梯度项相平衡. 由 $\lambda_e\ll\rho$, 色散关系 (1.15) 和关系式 (1.23) 与 (1.24) 可简化为,

$$\omega=V_Ak_z\sqrt{1+\rho^2k_\perp^2}, \tag{1.25}$$

和

$$\frac{E_z}{E_\perp}=-\frac{\rho_s^2k_\perp k_z}{1+\rho_i^2k_\perp^2},\quad \left|\frac{E_\perp}{B_\perp}\right|=\frac{V_A\,(1+\rho_i^2k_\perp^2)}{\sqrt{1+\rho^2k_\perp^2}}. \tag{1.26}$$

利用色散关系 (1.25), 我们可导出动力学阿尔文波的群速度和相速度,

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = V_A \sqrt{1+\rho^2 k_\perp^2}\,\hat{\mathbf{z}} + V_A k_z \frac{\rho^2 k_\perp}{\sqrt{1+\rho^2 k_\perp^2}} \mathbf{e}_\perp. \tag{1.27}$$

和

$$\mathbf{v}_p = \frac{\omega}{k_z}\hat{\mathbf{z}} + \frac{\omega}{k_\perp}\mathbf{e}_\perp = V_A \sqrt{1+\rho^2 k_\perp^2}\,\hat{\mathbf{z}} + V_A k_z \frac{\sqrt{1+\rho^2 k_\perp^2}}{k_\perp} \mathbf{e}_\perp. \tag{1.28}$$

其中 $\mathbf{e}_\perp = (\mathbf{k}_\perp / k_\perp)$. 由 (1.27) 式可看出动力学阿尔文波的波能沿 $\hat{\mathbf{z}}$ 方向以超阿尔文波速度 $V_A\sqrt{1+\rho^2 k_\perp^2}$ 传输, 在 $\mathbf{e}_\perp$ 方向缓慢向前传输.

当等离子体中存在局域的动力学阿尔文波源, 如果源的尺度远小于平行波长，我们引入传播角来描述波能在传输过程中偏离背景磁场方向的程度. 传播角定义为垂直群速度与平行群速度的比. 由于垂直群速度远小于平行群速度, 波能在传输路径上的偏离很小. 在实验室和地球空间等离子体中都观测到了这种动力学阿尔文波的局域化现象 [16]. 利用式 (1.27)，可得动力学阿尔文波的传播角的表达式，

$$\tan\theta = \frac{v_{g\perp}}{v_{g\parallel}} = \left(\frac{\omega\rho}{v_A}\right) \frac{k_\perp \rho}{(1+k_\perp^2\rho^2)^{3/2}}. \tag{1.29}$$

从此式可看出, 对小的 $k_\perp\rho$ 值, 传播角与 $k_\perp\rho$ 成正比, 对大 $k_\perp\rho$ 值, 传播角与 $k_\perp\rho$ 的平方成反比. 当 $k_\perp\rho = 1/\sqrt{2}$ 时, 传播角最大, 最大值为 $\tan\theta_M = (2/3^{3/2})(\omega\rho/V_A)$. 要说明的是, 当磁重联的扩散区的半宽约等于离子惯性长度 ($\sim \lambda_i$) 时, 传播角约等于半锲角 (half wedge angle), 相应地，估算的重联率大小约为 $R \sim \theta$ [17].

惯性区

惯性区的阿尔文速度远大于电子热速度, 热压强效应不重要, 电子惯性效应起主要作用. 此时 $\lambda_e \gg \rho$, 色散关系 (1.15) 与关系式 (1.23) 和 (1.24) 简化为,

$$\omega = \frac{V_A k_z}{\sqrt{1+\lambda_e^2 k_\perp^2}}, \tag{1.30}$$

和

$$\frac{E_z}{E_\perp} = \frac{\lambda_e^2 k_z k_\perp}{1+\lambda_e^2 k_\perp^2}, \left|\frac{E_\perp}{B_\perp}\right| = V_A\sqrt{1+\lambda_e^2 k_\perp^2}. \tag{1.31}$$

由色散关系 (1.30) 可将动力学阿尔文波的群速度与相速度写为,

$$\mathbf{v}_g = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}} = \frac{V_A}{(1+\lambda_e^2 k_\perp^2)^{1/2}}\hat{\mathbf{z}} - V_A k_z \frac{\lambda_e^2 k_\perp}{(1+\lambda_e^2 k_\perp^2)^{3/2}}\mathbf{e}_\perp. \tag{1.32}$$

和

$$\mathbf{v}_p = \frac{V_A}{(1+\lambda_e^2 k_\perp^2)^{1/2}}\hat{\mathbf{z}} + \frac{V_A k_z}{k_\perp (1+\lambda_e^2 k_\perp^2)^{1/2}}\mathbf{e}_\perp. \tag{1.33}$$

与动力学区相比, 波能沿 $\hat{\mathbf{z}}$ 方向以亚阿尔文波速度 $V_A/\sqrt{1+\lambda_e^2 k_\perp^2}$ 传输, 在 $\mathbf{e}_\perp$ 方向反向传输. 电场平行分量的方向也与动力学区的相反.

利用群速度表达式 (1.32), 可将惯性区的传播角写为,

$$\tan\theta = \frac{v_{g\perp}}{v_{g\parallel}} = -\left(\frac{\omega\lambda_e}{v_A}\right)\frac{k_\perp \lambda_e}{(1+k_\perp^2\lambda_e^2)^{1/2}}. \tag{1.34}$$

当 $k_\perp\lambda_e$ 很小时, 传播角与 $k_\perp\lambda_e$ 成正比; 当 $k_\perp\lambda_e$ 很大时, 传播角与 $k_\perp\lambda_e$ 无关. 当 $k_\perp\lambda_e \gg 1$ 时, 传播角接近最大的值 $\tan\theta_c = -(\omega\lambda_e/v_A)$.

要说明的是, 惯性区的动力学阿尔文波也称为惯性阿尔文波.

1.1.1.2 高 β 等离子体

在低 β 等离子体中, 可忽略平行的磁场扰动 B_z, 但在高 β 等离子体中, 磁场平行分量不能被忽略, 因而上节引入的两势描述不再有效. 我们需要考虑流体速度的一般表达式. 在具有均匀背景密度和磁场的无碰撞等离子体中, 利用低频条件, 可将离子和电子的速度垂直分量分别写为,

$$\mathbf{v}_{i\perp} = \frac{1}{B_0}\mathbf{E}_\perp \times \hat{\mathbf{z}} - \frac{i\omega}{B_0\omega_{ci}}\mathbf{E}_\perp - \frac{v_{Ti}^2}{\omega_{ci}} i\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}\frac{n_i}{n_0} - \rho_i^2 \omega \mathbf{k}_\perp \frac{n_i}{n_0}, \tag{1.35}$$

$$\mathbf{v}_{e\perp} = \frac{1}{B_0}\mathbf{E}_\perp \times \hat{\mathbf{z}} + \frac{i\omega}{B_0\omega_{ce}}\mathbf{E}_\perp + \frac{v_{Te}^2}{\omega_{ce}} i\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}\frac{n_e}{n_0} - \frac{v_{Te}^2}{\omega_{ce}^2} \omega \mathbf{k}_\perp \frac{n_e}{n_0}, \tag{1.36}$$

及离子和电子的速度平行分量为,

$$v_{iz} = i\frac{e}{m_i\omega}E_z + \frac{v_{Ti}^2}{\omega}k_z\frac{n_i}{n_0}, \tag{1.37}$$

$$v_{ez} = -i\frac{e}{m_e\omega}E_z + \frac{v_{Te}^2}{\omega}k_z\frac{n_e}{n_0}. \tag{1.38}$$

其中应用了等温假设. 利用连续性方程 (1.2) 和 (1.35) − (1.38), 我们可得电子和离子数密度的表达式,

$$
\begin{aligned}
\left(\omega^2 - v_{Te}^2 k_z^2\right)\frac{n_e}{n_0} =& \frac{1}{B_0}\omega \mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{E}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}) + \frac{1}{B_0\omega_{ce}}\omega^2 i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp \\
&- \frac{e}{m_e} i k_z E_z,
\end{aligned}
\tag{1.39}
$$

$$
\begin{aligned}
\left[\left(1+\rho_i^2 k_\perp^2\right)\omega^2 - v_{Ti}^2 k_z^2\right]\frac{n_i}{n_0} =& \frac{1}{B_0}\omega \mathbf{k}_\perp \cdot (\mathbf{E}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}) - \frac{1}{B_0\omega_{ci}}\omega^2 i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp \\
&+ \frac{e}{m_i} i k_z E_z.
\end{aligned}
\tag{1.40}
$$

将式子 (1.35) − (1.36) 代入垂直电流密度表达式

$$
\mathbf{J}_\perp = e n_0 (\mathbf{v}_{i\perp} - \mathbf{v}_{e\perp}),
\tag{1.41}
$$

中得,

$$
\mathbf{J}_\perp = -n_0 e\left(\frac{1}{B_0\omega_{ci}} i\omega \mathbf{E}_\perp + \frac{v_T^2}{\omega_{ci}} i\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}\frac{n}{n_0} + \rho_i^2 \omega \mathbf{k}_\perp \frac{n}{n_0}\right),
\tag{1.42}
$$

其中用到了准中性条件 $n_i \simeq n_e \equiv n$. 利用安培定律 (1.3) 和法拉第定律 (1.4) 可将垂直电流密度用电场表示,

$$
\mu_0 i\omega \mathbf{J}_\perp = k^2 \mathbf{E}_\perp - \mathbf{k}_\perp \mathbf{k}\cdot\mathbf{E}.
\tag{1.43}
$$

我们建立一个直角坐标系，其中三个坐标定义为，

$$
\mathbf{e}_1 = \mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}/|\mathbf{k}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}|,\quad \mathbf{e}_2 = \mathbf{k}_\perp/|\mathbf{k}_\perp|,\quad \hat{\mathbf{z}}.
\tag{1.44}
$$

在新坐标系中, 一些有用的关系式为,

$$
\begin{aligned}
\mathbf{e}_1 =& \mathbf{e}_2 \times \hat{\mathbf{z}}, \\
\nabla_\perp =& i k_\perp \mathbf{e}_2, \\
\nabla_\perp \cdot \mathbf{E}_\perp =& i k_\perp E_2, \\
\nabla_\perp \cdot (\mathbf{E}_\perp \times \hat{\mathbf{z}}) =& -i k_\perp E_1.
\end{aligned}
\tag{1.45}
$$

基于新直角坐标系, 利用 (1.39), (1.40) 和准中性条件, 可得一个电场分量间的关系式,

$$
\begin{aligned}
&\frac{1}{B_0}(v_{Te}^2 k_z^2 + \rho_i^2 k_\perp^2 \omega^2)\omega k_\perp E_1 - \frac{1}{B_0\omega_{ci}}\left(\omega^2 - v_{Te}^2 k_z^2\right)\omega^2 i k_\perp E_2 \\
&\qquad + \frac{e}{m_e}\left[\left(1+\rho_i^2 k_\perp^2\right)\omega^2 - v_T^2 k_z^2\right] i k_z E_z = 0,
\end{aligned}
\tag{1.46}
$$

结合 (1.39), (1.42) 和 (1.43) 式, 我们可得电场分量间的另两个关系式,

$$(\omega^2 - v_{Te}^2 k_z^2 + \beta\omega^2) k_\perp E_1 + i\beta \frac{\omega^3}{\omega_{ce}} k_\perp E_2 + i\beta\omega_{ce}\omega k_z E_z = 0, \tag{1.47}$$

$$\begin{aligned}\beta_i \frac{i\omega^3}{\omega_{ci}} k_\perp^2 E_1 + \left(\omega^2 - v_{Te}^2 k_z^2\right)\left(k_z^2 - \frac{\omega^2}{V_A^2}\right) E_2 \\ + \left(\frac{\beta_i m_i}{m_e}\omega^2 + v_{Te}^2 k_z^2 - \omega^2\right) k_\perp k_z E_z = 0.\end{aligned} \tag{1.48}$$

联立(1.46) – (1.48), 我们可导出方程,

$$(1+\beta)\frac{1}{V_A^2}\omega^4 - \left(1 + 2\beta + \rho^2 k_\perp^2\right)\omega^2 k_z^2 + v_T^2 k_z^4 = 0, \tag{1.49}$$

求解可得动力学阿尔文波的色散关系式 [18],

$$\frac{\omega^2}{V_A^2 k_z^2} = \frac{\left(1 + 2\beta + \rho^2 k_\perp^2\right)\left(1 + \sqrt{1 - 4\beta(1+\beta)/\left(1 + 2\beta + \rho^2 k_\perp^2\right)^2}\right)}{2(1+\beta)} \equiv K \tag{1.50}$$

此式表明色散关系与等离子体 β 值紧密相关. 在低 β 条件下, (1.50) 可回到 (1.25); 但在高 β 等离子体中, 动力学阿尔文波和慢磁声波耦合在一起, β 的修正效应起重要作用 [19]. 利用色散关系 (1.50), 动力学阿尔文波的扰动量可用 E_2 来表示. 离子速度为,

$$v_{i1} = \frac{1}{B_0}\frac{\chi}{\bar{K}^2}E_2 - \frac{1}{B_0}\frac{\omega^2}{V_A^2 k_\perp^2}\frac{\chi\varsigma}{\bar{K}^2}E_2, \tag{1.51}$$

$$v_{i2} = i\frac{1}{B_0}\frac{\omega}{\omega_{ci}}E_2\left[\left(\frac{\omega_{ci}^2}{V_A^2 k_\perp^2}\chi + \frac{T_i}{T_e}\right)\frac{\varsigma}{\bar{K}^2} - 1\right], \tag{1.52}$$

$$v_{iz} = -i\frac{e}{m_i\omega}\frac{\chi\varsigma}{\bar{K}^2}\frac{k_z}{k_\perp}E_2, \tag{1.53}$$

其中 $\chi = 1 + T_i/T_e$, $\varsigma = K^2 - 1$, 和$\bar{K}^2 = 1 + (T_i/T_e)K^2$. (1.51) 式右式第一项来自于离子电场漂移速度和抗磁漂移速度, $v_{iE1} + v_{iD1}$, 第二项来自于离子极化漂移速度, v_{iP1}. (1.52) 式右式包含了 e_2 方向的电场漂移速度, 抗磁漂移速度和极化漂移速度, $v_{iE2} + v_{iD2} + v_{iP2}$. 电子速度为,

$$v_{e1} = \frac{1}{B_0}\frac{\chi}{\bar{K}^2}K^2 E_2 + \frac{1}{B_0}\frac{\omega_{ci}}{\omega_{ce}}\frac{\omega^2}{V_A^2 k_\perp^2}\frac{\chi\varsigma}{\bar{K}^2}E_2, \tag{1.54}$$

$$v_{e2} = i\frac{1}{B_0}\frac{\omega_{ci}\omega}{V_A^2 k_\perp^2}\frac{\chi\varsigma}{\bar{K}^2}E_2 + i\frac{\omega}{B_0\omega_{ce}}\frac{\chi}{\bar{K}^2}K^2 E_2, \tag{1.55}$$

$$v_{ez} = -i\frac{1}{k_\perp}\frac{\omega}{k_z}\frac{e}{T_e}(1+\beta)\frac{\varsigma}{\bar{K}^2}E_2, \tag{1.56}$$

(1.54) 右式第一项来自于 e_1 方向的电子电场漂移和抗磁漂移速度, $v_{eE1}+v_{eD1}$, 第二项来自于 e_1 方向的电子极化漂移速度, v_{eP1}. (1.55) 右式第一项来自于 e_2 方向的电场漂移速度, v_{eE2}, 第二项来自于 e_2 方向的抗磁漂移速度, v_{eD2}. 密度扰动为,

$$\frac{n}{n_0}=-i\frac{e}{T_e}\frac{\varsigma}{\bar{K}^2}\frac{1}{k_\perp}E_2, \tag{1.57}$$

电场分量 E_1 和 E_z 为,

$$E_1=-\,i\frac{\omega_{ci}\omega}{V_A^2k_\perp^2}\frac{\chi\varsigma}{\bar{K}^2}E_2, \tag{1.58}$$

$$E_z=-\,\frac{\varsigma}{\bar{K}^2}\frac{k_z}{k_\perp}E_2, \tag{1.59}$$

磁场分量为,

$$B_1=-\,\frac{\chi}{\bar{K}^2}\frac{K}{V_A}E_2, \tag{1.60}$$

$$B_2=-\,i\frac{\chi\varsigma}{\bar{K}^2}\frac{\omega_{ci}}{V_A^2k_\perp^2}k_zE_2, \tag{1.61}$$

$$B_z=i\frac{\chi\varsigma}{\bar{K}^2}\frac{\omega_{ci}}{V_A^2k_\perp^2}k_\perp E_2. \tag{1.62}$$

由 (1.58) 知动力学阿尔文波在高 β 等离子体中具有椭圆偏振特性 [20]. 此外, 磁场的平行扰动可写成 $B_z/B_0=-\beta n/n_0$, 这表明磁场平行分量与等离子体 β 值成正比, 因此在高 β 等离子体中 B_z 分量很重要. 下小节将会说明 B_z 分量能引起渡越时间阻尼 (transit-time damping).

1.1.2　动力学阿尔文波的非线性性质

动力学阿尔文波在传播过程中, 会遭遇各种阻尼效应. 例如, 碰撞等离子体中存在离子粘滞阻尼 (ion viscous damping) 和电子欧姆耗散 (electron Ohmic dissipation), 前一种阻尼机制耗散垂直电场的能量, 后一种耗散平行电场的能量. 无碰撞等离子体中, 朗道阻尼 (Landau damping, LD) 和渡越时间阻尼 (transit-time damping, TTD) 是主要的阻尼机制. 朗道阻尼源于动力学阿尔文波的电场平行分量 (平行于背景磁场方向), 而渡越时间阻尼来自磁场平行扰动量 [21]. 渡越时间阻尼在高 β 等离子体中尤为重要.

动力学阿尔文波可有效地加速粒子. 电子可通过线性的共振加速机制或非线性加速机制 (如波俘获电子) 而加速, 这两种机制主要与波电场的平行分量相关. 离子可被电场的垂直分量加速, 加速机制有共振加速和随机加速两种.

下面简单地讨论几种阻尼和加速机制.

朗道阻尼

当粒子热速度与动力学阿尔文波的相速度相接近时, 粒子受到准静态的平行电场的作用, 从而能有效地与波相互作用. 由这种波–粒相互作用导致波振幅变小的现象称为朗道阻尼. 为了判断朗道阻尼效应的强弱, 可定义朗道共振因子 $\zeta_j = \omega/\sqrt{2}v_{Tj}k_\parallel$ [22], 其中 v_{Tj} 为粒子 j 的热速度. Gary and Borovsky [22, 23] 详细讨论了长波长的动力学阿尔文波的朗道阻尼, 并给出了电子和离子朗道阻尼区域, 在 $2m_e/m_i < \beta_e \ll 2T_e/T_i$ 区域电子朗道阻尼起主要作用, 在 $0.1 < \beta_i < 2$ 区域离子朗道阻尼占主要作用. 他们还发现，电子朗道阻尼与电子离子温度比 T_e/T_i 无关, 但离子朗道阻尼依赖 T_e/T_i 值, 当 T_e/T_i 变小时, 离子朗道阻尼变强.

低 β 等离子体中, 在长波长近似下, 朗道阻尼的表达式为 [22],

$$\frac{\gamma}{\omega_p} = -A\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}\beta_e^{1/2}\left(\frac{k_\perp c}{\omega_{pi}}\right)\frac{k_\parallel c}{\omega_{pi}}. \tag{1.63}$$

其中 $A \sim 0.4$, ω_{pi} 表示离子等离子体频率.

高 β 等离子体中，在长波长近似下, 阻尼表达式为 [24],

$$\gamma = V_A k_\parallel \frac{9}{16}\frac{k_\perp^2\rho_i^2}{2}\sqrt{\frac{\beta_i}{\pi}}, \tag{1.64}$$

及短波长近似下的表达式为 [24],

$$\gamma = V_A k_\parallel \frac{k_\perp^2\rho_i^2}{2}\sqrt{\frac{\pi}{\beta_i}}\left(\frac{T_e}{T_i}\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}. \tag{1.65}$$

要补充的是, 对朗道阻尼的详细讨论可见 Lysak and Lotko [14].

渡越时间阻尼 (Transit-time damping，TTD)

当 $B_z \neq 0$ 时, 带电粒子的磁矩和磁场平行分量的梯度间相互作用产生渡越时间阻尼机制 [25]. 我们先对渡越时间阻尼和朗道阻尼做一个简单比较, B_z 的梯度与带电粒子作用产生的力为 [21],

$$m_j\frac{dv_\parallel}{dt} = -\frac{mv_\perp^2}{2B_0}k_\parallel B_z, \tag{1.66}$$

电场平行分量产生的力为,

$$m_j\frac{dv_\parallel}{dt} = q_j E_z. \tag{1.67}$$